

Grenzen des Einsatzbereiches von Expansionsschlingen

Jörg Brutscher
Dresden, 26.7.2013

Als Sicherungsmittel beim Klettern im sächsischen und böhmischen Sandstein sind nur Knotenschlingen zugelassen. Die wesentlichste Einschränkung gegenüber Sicherungsmitteln aus Metall ist, das sich nur schwach verengende oder gar parallele Risse damit nicht absichern lassen.

Um einen parallelen Riss absichern zu können, muss man ausreichend Druck auf die Seitenwände erzeugen. Dazu braucht man eine Konstruktion, die sich verdickt, wenn man daran zieht. In schwachen Maß erfüllt der Achterknoten diese Anforderung [1], allerdings nicht ausreichend, um in einem parallelen Riss zu halten; auch bei sich nur schwach verengenden Rissen wird der Achterknoten aufgerieben, bevor er halten kann [2].

Nun sind Schlingenkonstruktionen auf den Markt gekommen, die diese Forderung in sehr kontrollierter Form erfüllen. Die Funktion dieser Schlingenkonstruktionen und die Grenzen ihrer Anwendbarkeit soll hier diskutiert werden.

Das Prinzip der Expansionsschlinge ist, dass ein aus Gurtbandmaterial zusammengenähter Keil in eine etwa gleich dicke Tasche aus Gurtmaterial hineingezogen wird. Der Keil nimmt dabei die Last auf; die Tasche ist nur lose mit dem Keil verbunden.

Mit dieser Konstruktion hat man eine Schlinge, die in ihrer Dicke um bis fast Faktor 2 verstellbar und damit vielseitig einsetzbar ist. Zugleich erreicht man Dicken, für die man sonst Schiffstauwerk benötigt, und das aber bei wesentlich geringeren Gewicht.

Spezieller Fall: paralleler Riss

Interessant wird es, wenn man das Verhalten in einem parallelem Riss betrachtet und überlegt, unter welchen Bedingungen er dort halten kann.

Damit ein Objekt in einer kraftschlüssigen Verbindung an seiner Stelle bleibt, darf die Zugkraft (hier F_z) die maximal mögliche Reibungskraft nicht überschreiten.

Die maximal mögliche Reibungskraft (tangential zur Oberfläche) kann man ausrechnen in dem man die Kraft normal zur Oberfläche und dem Reibungskoeffizienten f miteinander multipliziert.

Man kann es auch anders ausdrücken: Der Winkel, in dem eine Kraft auf ein Objekt trifft, darf den

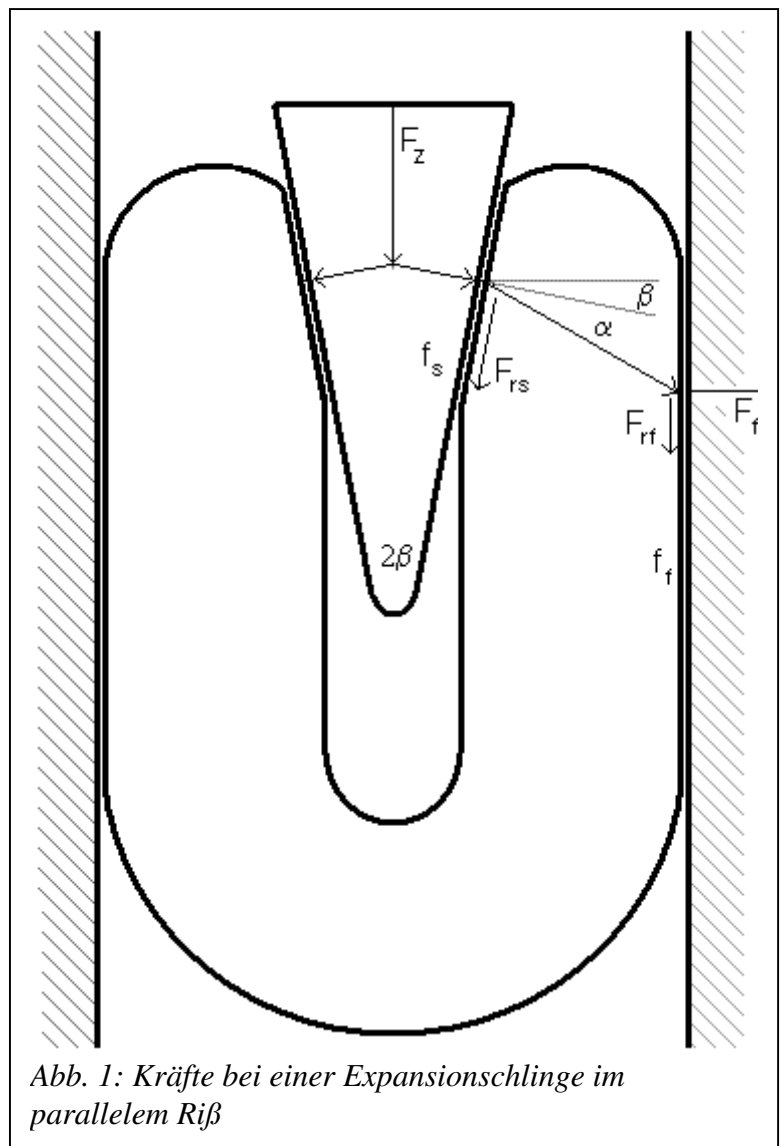


Abb. 1: Kräfte bei einer Expansionsschlinge im parallelem Riß

Arcustangens des Reibungskoeffizienten nicht überschreiten, damit das Objekt auf der Stelle bleibt.

Bei dem Fall der Expansionsschlinge hat man zwei Stellen, an denen Reibung von Bedeutung ist: Einmal natürlich die Kontaktstelle Schlinge-Fels, aber auch die Reibung an der Kontaktstelle Schlinge-Schlinge, wo der Keil die Tasche berührt, ist nicht zu vernachlässigen. Ohne Reibung an dieser Stelle würde der Winkel, in dem die Kraft wirkt, exakt durch den Keilwinkel 2β beschrieben. Die Reibung Schlinge-Schlinge bewirkt nun eine zusätzliche tangentielle Kraft F_{rs} in Zugrichtung, der Winkel, in dem die Kraft nun auf den Fels geleitet wird, erhöht sich um $\alpha = \arctan(f_s)$ mit dem Gleitreibungskoeffizienten Schlinge-Schlinge f_s .

Man kann also schreiben:

$$\arctan(f_f) > \beta + \alpha$$

Aufgelöst nach dem Reibungskoeffizienten Fels-Schlinge f_f ist dies:

$$f_f > \tan(\beta + \arctan(f_s))$$

Hieraus sieht man: Wenn der Reibungskoeffizient zwischen Schlinge und Fels kleiner ist als zwischen Schlinge und Schlinge, dann kann der Keilwinkel noch so klein sein, es wird niemals halten.

Um Eindruck zu bekommen, wo jetzt wirklich die Grenzen sind, schaut man sich am besten ein paar reale Winkel und Reibungskoeffizienten an:

Wenn man den Keilwinkel bei den Obrworks-Konstruktionen nachmisst, kommt man für 2β bei den Größen 1-3 auf Werte von 22° , 20° , und 23° . Im Mittel kann man also $\beta=11^\circ$ annehmen.

Um Reibungskoeffizienten nachzumessen, wurde ein 10kg Bleiziegel und eine Federwaage verwendet. Genauer als 5% sind Reibungskoeffizienten weder messbar noch reproduzierbar. Wenn das Material Unregelmäßigkeiten aufweist, wie z.B. bei vernähtem Gurtmaterial, sind die Ungenauigkeiten eher noch größer.

Gemessene Reibungskoeffizienten für Schlingenmaterial

Material	Reibungskoeffizient f	arctan(f)
Schlinge (Gurtmaterial)	0,3....0,35....0.42	
Schlinge (Gleitreibung)	0.35	19.3°
Holz	0.3	16.7°
Bodenfliese	0.29	16.5°
Beton	0.54	28.4°
Betonstufe	0.49	26.1°
Sandpapier 60	0.730.83	$\sim 38^\circ$
Sandpapier 40	0.93...0.98	$\sim 43.7^\circ$
Sandstein (Zahnsgrund, Sächsische Schweiz)	0.7+/-0.05	35°
Sandstein mit Moos	~ 0.5	27°
Alu auf Granit	0.33	18°

Jetzt kann man abschätzen, welcher Reibungskoeffizient mindestens gebraucht wird, damit eine Expansionsschlinge im parallelen Riss hält:

$$f_f > \tan(\beta + \arctan(f_s))$$

Für β wird 11° eingesetzt, für die Gleitreibung der Schlinge die gemessenen 0.35:

$$f_f > \tan(11^\circ + 19.3^\circ)$$

bzw.

$$f_f > 0.58$$

Im Klartext: Wenn der Reibungskoeffizient zwischen Schlinge und Fels >0.6 ist, dann hält die hier berechnete Expansionsschlinge. Mit dem gemessenen Koeffizienten von 0.7 für Sandstein sollte sie also halten. Bei dem eher mit Beton vergleichbaren Kalk und noch glatteren Gesteinen sollte sie durchrutschen.

Zum Vergleich: Einem Friend ist typischerweise ein Winkel von 13.75° eingepreßt [3], dies entspricht einem minimal notwendigen Haftreibungskoeffizienten von 0.24. Damit werden so gut wie alle Gesteine erfasst.

Allgemeiner Fall: sich nach unten erweiternder / verengender Riss

Jetzt ist der parallele Riss nur ein Spezialfall, im allgemeinen kann sich ein Riss nach unten verengen oder erweitern. Ist die Reibung zum Fels groß genug, sollte eine Expansionsschlinge sogar in einem leicht nach unten geöffneten Riss halten.

In einen nach unten sich verengenden Riss sollte eine Schlinge zwar immer halten, man kann rechnen, ob eine Expansionsschlinge bei glattem Gestein anfänglich durchrutscht oder ob sie gleich hält.

Betrachtet wird nun der Fall, dass sich der Riss nach unten mit dem Winkel 2γ öffnet. Dann kommt in der oben beschriebenen Formel einfach der Winkel γ noch hinzu:

$$\arctan(f_f) > \gamma + \beta + \alpha$$

Aufgelöst nach dem notwendigen Reibungskoeffizienten Fels-Schlinge f_f ist dies nun für beliebige Öffnungswinkel 2γ :

$$f_f > \tan(\gamma + \beta + \arctan(f_s))$$

Mit größer werdenden Öffnungswinkel wird der notwendige Reibungskoeffizient immer größer.

Man kann die oben aufgeführten Reibungskoeffizienten und Winkel auch nutzen, um den maximalen Öffnungswinkel zu errechnen, unter dem eine Expansionsschlinge gerade noch halten kann:

$$\gamma < \arctan(f_f) - \beta - \arctan(f_s)$$

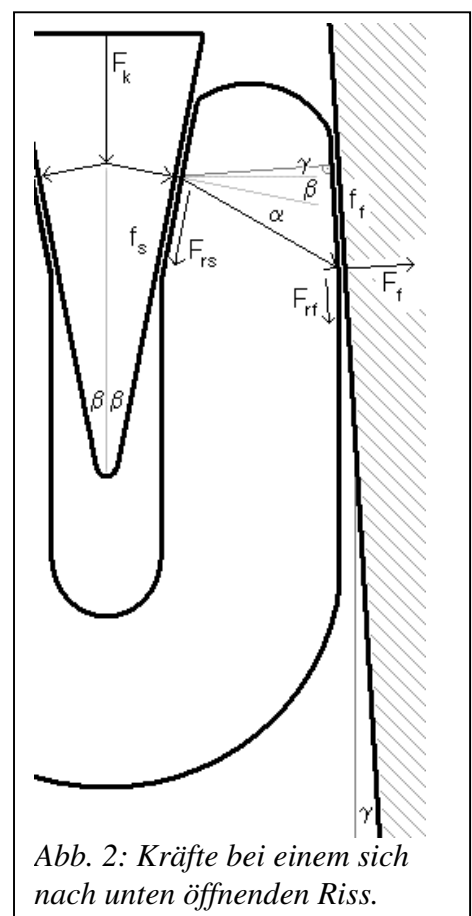


Abb. 2: Kräfte bei einem sich nach unten öffnenden Riss.

Angenommen wird wie oben ein Keilwinkel von $2\beta=22^\circ$, ein Gleitreibungskoeffizient Schlinge-Schlinge von $f_s=0.35$ und zusätzlich noch ein Haftreibungskoeffizient zum Fels von $f_f=0.7$:

$$\gamma < 35^\circ - 11^\circ = 19.3^\circ$$

bzw.

$$\gamma < 4.7^\circ$$

Dies heißt, das eine Expansionsschlinge im Extremfall sogar in einem 9° nach unten geöffneten Riss halten kann.

Man sollte sich aber nicht darauf verlassen. Die gemessenen Reibungskoeffizienten haben signifikante Fehlerbereiche, selbst der Keilwinkel könnte sich unter starker Belastung durch Verformung des Schlingenmaterials ungünstig verändern.

Zur Seite wirkende Kräfte, zum Entfernen von Schlingen benötigte Kräfte; Knotenschlingen, Keile, Expansionsschlingen und Klemmgeräte im Vergleich.

Bei einer einfachen Knotenschlinge hängen die seitlichen Kräfte stark von der Verengung ab, und man muss auch zwei Bereiche unterscheiden.

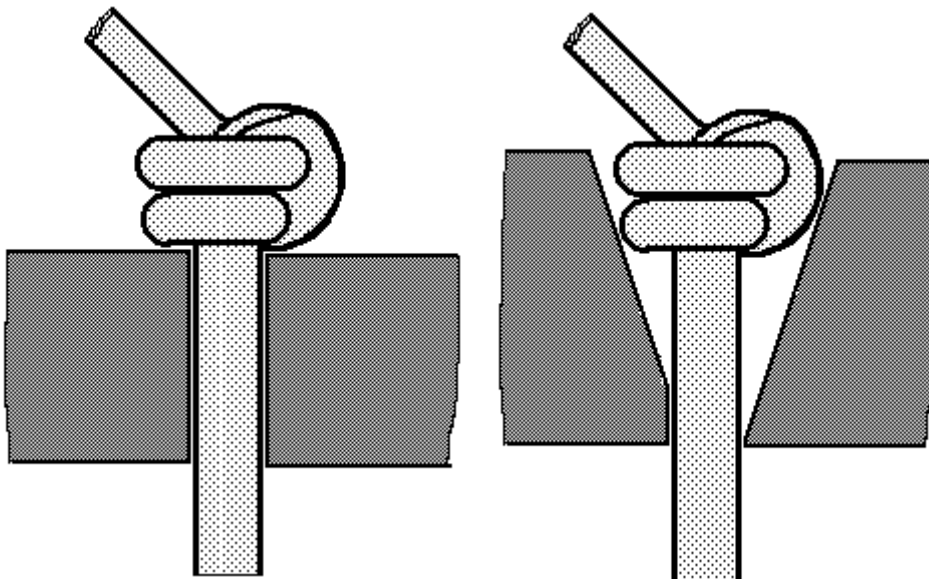


Abb. 3: Knotenschlingen in unterschiedlichen Verengungen

Ist die Verengung rechtwinklig, d.h. der Verengungswinkel $2\gamma=180^\circ$, so sind seitliche Kräfte nicht vorhanden, der Knoten ist lose und ohne Kraft zu entfernen. Bei etwas kleineren Verengungswinkeln gibt es zunehmend auch seitliche Kräfte F_R , deren Abhängigkeit vom Verengungswinkel und der Zugkraft F_Z beschrieben werden kann als

$$F_R = \frac{F_Z}{2 \tan \gamma} .$$

Der Faktor 2 kommt daher, dass die Zugkraft sich auf beide Seitenwände verteilt.

Wenn man keine Reibung annimmt, dann kann mit dieser Formel die seitliche Kraft beliebig groß werden.

Das Verhalten ändert sich aber, sobald $\tan \gamma < f_f$ wird, bzw. im Falle eines

Reibungskoeffizienten von 0.7 für Sandstein, wenn der Verengungswinkel $2\gamma < 70^\circ$ wird.

Dann rutscht der Knoten anfänglich bei Belastung, und wird so lange in den Riss hineingezogen, bis die seitliche Kraft so groß ist, dass er durch die Reibung hält. Der Knoten ist auch nicht mehr lose, sondern verklemmt, und man braucht nach Belastung Kraft, um ihn zu entfernen.

Die seitliche Kraft rechnet sich

$$\text{dann zu } F_R = \frac{F_Z}{2(f + \tan \gamma)}$$

Im Grenzfall eines fast parallelen Risses wird die Kraft maximal und ist dann

$$F_R = \frac{F_Z}{2f}.$$

Nimmt man hier wieder $f=0.7$ für Schlinge-Sandstein an, so ist die seitliche Kraft maximal das 0.71-fache der Zugkraft.

Die Kraft zum Entfernen in Relation zur Kraft, mit der eine Schlinge belastet wurde, rechnet sich hier als

$$\frac{F_E}{F_Z} = \frac{f - \tan \gamma}{f + \tan \gamma}.$$

Die Abhängigkeit der Kraft vom Winkel ist in Abb. 4 dargestellt. Im schlimmsten Fall einer sehr flachen Verengung kann die notwendige Kraft zum Entfernen genauso groß wie die Belastungskraft werden, eine sturzbelastete Schlinge lässt sich dann kaum noch entfernen. Dies deckt sich mit der Beobachtung, dass sich Dauerschlingen sehr oft in flachen Verengungen finden.

Die ganze Rechnung lässt sich analog auch auf Keile anwenden, nur das hier ein deutlich kleinerer Reibungskoeffizient (0.33 für Alu-Granit) angenommen werden muss, dadurch der kritische Winkel auch kleiner wird (37° anstatt 70°) und die maximale seitliche Kraft nicht beim 0,71fachen, sondern beim 1.5-fachen der Zugkraft liegt.

Für eine Expansionsschlinge ist die Rechnung einfacher: Hier muss nur der innere Keil aus der Tasche gezogen werden, der Winkel ist in den Keil eingepreßt und auch der Reibungskoeffizient Schlinge-Schlinge ist bekannt.

Mit den schon verwendeten $2\beta=22^\circ$, Gleitreibungskoeffizient Schlinge-Schlinge $f_s=0.35$ kann

$$\text{man rechnen } \frac{F_E}{F_Z} = \frac{0.35 - \tan 11^\circ}{0.35 + \tan 11^\circ} = 0.29.$$

Damit ist das Maximum der Kraft, die man zum Entfernen der Expansionsschlinge braucht, nur 30% der Belastungskraft; dies ist damit auch deutlich weniger, als bei einer Knotenschlinge (max. 100%) in einer flachen Verengung.

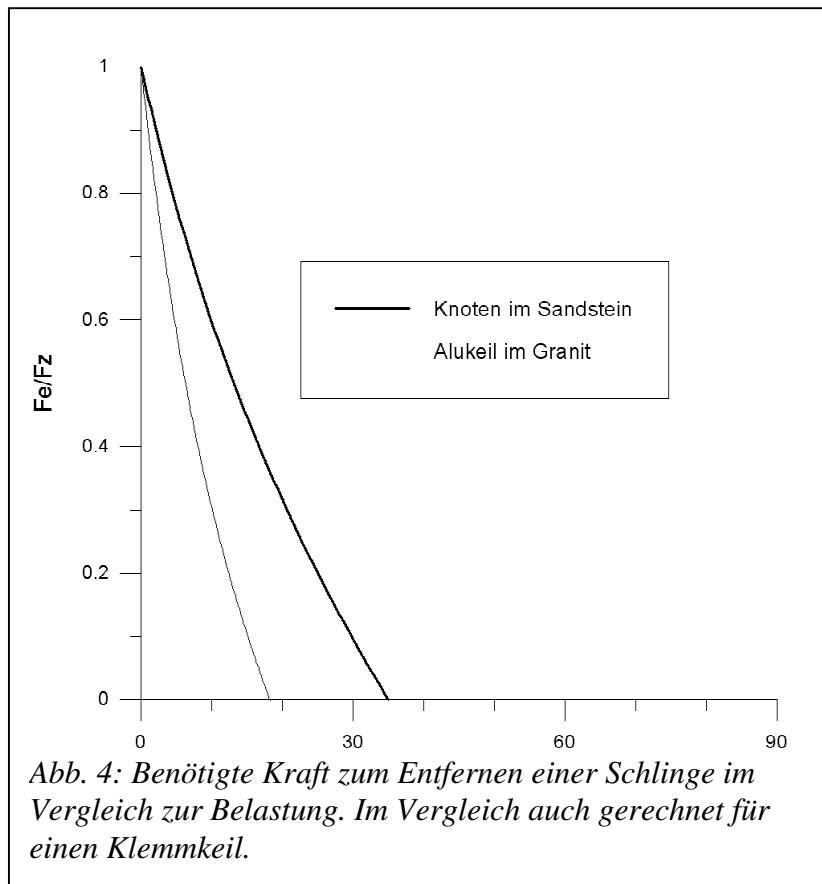


Abb. 4: Benötigte Kraft zum Entfernen einer Schlinge im Vergleich zur Belastung. Im Vergleich auch gerechnet für einen Klemmkeil.

Die seitlich wirkende Kraft bei einer Klemmkonstruktion (sowohl Expansionsschlinge als auch Klemmgerät) entspricht der Hälfte des reziproken des minimal notwendigen Reibungskoeffizienten. D.h. bei einem minimal notwendigen Reibungskoeffizienten von 0.6 entsprechen die seitlich wirkenden Kräfte dem $\frac{1}{2 \cdot 0.6} = 0.83$ -fachen der Zugkraft.

Bei einem Friend, der mit wesentlich weniger Reibung ($f < 0.24$) zufrieden ist, zum Vergleich hat man sogar gut das Doppelte ($\frac{1}{2 \cdot 0.24} = 2.1$) der Zugkraft auf die Seitenwände wirken.

Beschädigung des Felsens durch Kräfte

Die Gefahr einer Felsbeschädigung ist bei Schlingenmaterial kleiner, da die Kräfte um einen Faktor 2-3 kleiner sind.

Wenn man aber nicht gerade das Absprengen großer Schuppen betrachtet, dann ist für Beschädigungen nicht die Kraft verantwortlich, sondern der lokale Druck. Der Druck wird maßgeblich bestimmt von der Auflagefläche, und die ist bei weichem Material wesentlich größer als bei hartem Metall und damit der Druck kleiner. Der Unterschied dürfte in Größenordnungen liegen, so dass die kleinere Kraft gar nicht mehr so maßgeblich ist.

Zusammenfassung

Expansionsschlingen benötigen relativ viel Reibung um in parallelen Rissen zu halten, dies ist im Sandstein aber gegeben. Dafür sind die seitlich wirkenden Kräfte aber auch um einen Faktor 2-3 kleiner als bei Klemmgeräten aus Metall. In einer flachen Verengung haben Expansionsschlingen den Vorteil, dass die Kräfte zum Entfernen der Schlinge deutlich kleiner sind, die Schlinge auch nicht durch den Riss gezogen und dabei aufgerieben wird.

Martin Treiber möchte ich für das Nachprüfen der Rechnungen danken.

[1] Jörg Brutscher, Was halten Knotenschlingen, SBB Mitteilungsblatt 1997, <http://www.joergbrutscher.homepage.t-online.de/knoten.htm>

[2] Experimente im Steinbruch Liebetal August 2010, Ergebnisse nicht veröffentlicht.

[3] The cam book, 2002, Steve Foster, Wild Country, http://www.wildcountry.co.uk/download/files/2010-11_Catalogues/V1146_Wild_Cam_book_v602.pdf abgerufen 23.3.2013